

1. Δείξτε ότι η εξίσωση  $x+y+z - \cos(xy) = 0$  επιλύεται μονότιμα ως προς  $x = g(y, z)$  σε μια περιοχή του σημείου

$P_0 = (0, 0, 1)$ , και υπολογίστε τις μερικές παραγώγους  $\frac{\partial g}{\partial y}(0, 1)$

και  $\frac{\partial g}{\partial z}(0, 1)$ .

Λύση: Η συνάρτηση  $f(x, y, z) = x + y + z - \cos(xy)$ ,  $\in C^1$

ως γραμμικός συνδυασμός και σύνθεση ( $\cos(xy)$ ) συναρτήσεων  $\in C^1$ . Δηλαδή η  $f$  έχει συνεχείς μερικές παραγώγους σε μια περιοχή του σημείου  $P_0 \in \mathbb{R}^3$  ( $f \in C^1$  στο  $\mathbb{R}^3$ )

Ακόμη,  $f(P_0) = f(0, 0, 1) = 0$  και  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0, 1) = 1 \neq 0$ ,

άρα η εξίσωση  $f=0$  επιλύεται μονότιμα ως προς  $x = g(y, z)$

σε μια περιοχή του σημείου  $P_0 = (0, 0, 1)$  και ισχύει:

$$\frac{\partial g}{\partial y}(0, 1) = - \frac{\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0, 1)}{\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0, 1)} \quad \text{και} \quad \frac{\partial g}{\partial z}(0, 1) = - \frac{\frac{\partial f}{\partial z}(0, 0, 1)}{\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0, 1)}$$

$$= - \frac{1}{1} = -1$$

$$= - \frac{1}{1} = -1$$